

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER – I/II • EXAMINATION – SUMMER- 2017

Subject Code: 3300001

Date: 12 - 06- 2017

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 02:30 PM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Each question carry equal marks (14 marks)

Q.1	Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.	14
1	$\log_3(\log_3 27) = \underline{\hspace{2cm}}$ a. -3 b. 0 c. 1 d. 3	
૧	$\log_3(\log_3 27) = \underline{\hspace{2cm}}$ અ. -3 બ. 0 સ. 1 ડ. 3	
2	If $\sqrt{\log_2 x} = 3$ then $x = \underline{\hspace{2cm}}$ a. 8 b. 512 c. 9 d. 81	
૨	If $\sqrt{\log_2 x} = 3$ then $x = \underline{\hspace{2cm}}$ અ. 8 બ. 512 સ. 9 ડ. 81	
3	$16^{-\log_{16} \frac{2}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ a. $\frac{2}{5}$ b. $-\frac{5}{2}$ c. $\frac{5}{2}$ d. $-\frac{2}{5}$	
૩	$16^{-\log_{16} \frac{2}{5}} = \underline{\hspace{2cm}}$ અ. $\frac{2}{5}$ બ. $-\frac{5}{2}$ સ. $\frac{5}{2}$ ડ. $-\frac{2}{5}$	
4	$\begin{vmatrix} 2007 & 2008 & 2009 \\ 2010 & 2011 & 2012 \\ 2013 & 2014 & 2015 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ a. 2016 b. 0 c. 2024 d. 2033	
૪	$\begin{vmatrix} 2007 & 2008 & 2009 \\ 2010 & 2011 & 2012 \\ 2013 & 2014 & 2015 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$ અ. 2016 બ. 0 સ. 2024 ડ. 2033	
5	If $A = [2 \ 0 \ 5]$ and $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ then $BA = \underline{\hspace{2cm}}$ a. $[22]$ b. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 6 & 0 & 15 \\ 5 & 0 & 20 \end{bmatrix}$ c. $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}$ d. $[2 \ 0 \ 20]$	

૫ જો $A = [2 \ 0 \ 5]$ અને $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ હોય તો $BA =$ _____
 અ. [22] બ. $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 6 & 0 & 15 \\ 5 & 0 & 20 \end{bmatrix}$ ક. $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 20 \end{bmatrix}$ ડ. $[2 \ 0 \ 20]$

૬ For any square matrix A , if $A^2 - 3A + 4I = 0$ then $A^{-1} =$ _____
 a. $\frac{1}{4}(3I - A)$ b. $\frac{1}{4}(A - 3I)$ c. $\frac{1}{4}A$ d. $\frac{1}{3}A^2 + 4$

૭ કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક A માટે જો $A^2 - 3A + 4I = 0$ હોય તો $A^{-1} =$ _____
 અ. $\frac{1}{4}(3I - A)$ બ. $\frac{1}{4}(A - 3I)$ ક. $\frac{1}{4}A$ ડ. $\frac{1}{3}A^2 + 4$

૮ If A is non singular matrix then _____
 a. $A^T = A$ b. $A^T = -A$ c. $|A| \neq 0$ d. $|A| = 0$

૯ જો A સામાન્ય શ્રેણિક હોય તો _____
 અ. $A^T = A$ બ. $A^T = -A$ ક. $|A| \neq 0$ ડ. $|A| = 0$

૧૦ $216^\circ =$ _____ radian
 a. $\frac{5\pi}{6}$ b. $\frac{5\pi}{3}$ c. $\frac{6\pi}{5}$ d. $\frac{3\pi}{5}$

૧૧ $216^\circ =$ _____ radian
 અ. $\frac{5\pi}{6}$ બ. $\frac{5\pi}{3}$ ક. $\frac{6\pi}{5}$ ડ. $\frac{3\pi}{5}$

૧૨ The principal period of $\sin^2 36 + \cos^2 36$ is _____
 a. 36 b. 1 c. 2π d. Not possible

૧૩ $\sin^2 36 + \cos^2 36$ નું મુખ્ય આવર્તમાન _____ છે
 અ. 36 બ. 1 ક. 2π ડ. અશક્ય છે.

૧૪ In ΔABC , $\sec\left(\frac{B+C}{2}\right) =$ _____
 a. $\operatorname{cosec} \frac{A}{2}$ b. $\operatorname{cosec} A$ c. $\sec \frac{A}{2}$ d. $\sec A$

૧૫ ΔABC માં $\sec\left(\frac{B+C}{2}\right) =$ _____
 અ. $\operatorname{cosec} \frac{A}{2}$ બ. $\operatorname{cosec} A$ ક. $\sec \frac{A}{2}$ ડ. $\sec A$

૧૬ $3 \sin 20 - 4 \sin^3 20 =$ _____ -
 a. $\frac{1}{2}$ b. -1 c. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ d. $-\frac{1}{2}$

૧૭ $3 \sin 20 - 4 \sin^3 20 =$ _____ -
 અ. $\frac{1}{2}$ બ. -1 ક. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ડ. $-\frac{1}{2}$

૧૮ The area of a circle made from 8π cm long wire is _____ sq. cm.
 a. 4π b. 16π c. 8π d. 12π

૧૯ 8π સે.મી. લાંબા વાયર માંથી બનતા વર્તુળ નું ક્ષેત્રફળ _____ છે.
 અ. 4π બ. 16π ક. 8π ડ. 12π

13 Formula for surface area of a close cylinder is _____

- a. $\pi r(h+r)$ b. $2\pi rh$ c. $2\pi r(h+r)$ d. $\pi r^2 h$

૧૩ બંધ નળાકાર નું કુલ પૃષ્ઠફળ માટે નું સુત્ર _____

- અ. $\pi r(h+r)$ બ. $2\pi rh$ ક. $2\pi r(h+r)$ ડ. $\pi r^2 h$

14 The perimeter of square whose area is 100 sq. cm. is _____

- a. 10 cm b. 20 cm c. 40 cm d. 60 cm

૧૪ 100 ચો. સે. મી. ક્ષેત્રફળ વાળા ચોરસની પરિમિતિ = _____

- અ. 10 cm બ. 20 cm ક. 40 cm ડ. 60 cm

Q.2 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. If $\log_{10} 2 = 0.30103$ and $\log_{10} 3 = 0.47712$ then evaluate $\log_{10} 5$ and $\log_{10} 1.2$ without using logtable

૧. જો $\log_{10} 2 = 0.30103$ અને $\log_{10} 3 = 0.47712$ હોય તો $\log_{10} 5$ અને $\log_{10} 1.2$ ની કિંમતો લઘુગણક કોષ્ટક નો ઉપયોગ કર્યા વગર શોધો

2. The diameter of a circle is 100 cm. If the angle between two radii is 36° then find the length of the arc cut off by them. (take $\pi = 3.142$)

૨. એક વર્તુળનો વ્યાસ ૧૦૦ સેમી. છે. જો બે ત્રિજ્યાઓ વચ્ચેનો ખૂણો 36° હોય તો તેમના દ્વારા કપાયેલ ચાપની લંબાઈ શોધો.

3. The surface area of a sphere is 616 sq. cm. Find the diameter of the sphere.

૩. એક ગોલકની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ 616 ચો. સેમી છે. તો તે ગોલકનો વ્યાસ શોધો

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. If $\log_{2x} x = a$, $\log_{3x} 2x = b$ and $\log_{4x} 3x = c$ then prove that $abc + 1 = 2bc$

૧. જો $\log_{2x} x = a$, $\log_{3x} 2x = b$ અને $\log_{4x} 3x = c$ હોય તો સાબિત કરો કે $abc + 1 = 2bc$

2. Prove that : $\log_2 \left(\frac{1}{320} \right) + \frac{1}{\log_{10} 2} + 5 = 0$

૨. સાબિત કરો : $\log_2 \left(\frac{1}{320} \right) + \frac{1}{\log_{10} 2} + 5 = 0$

3. A cylindrical tank of petrol pump has capacity 38500 liters. If the

diameter of this tank is 3.5 meter then find its height.

3. એક પેટ્રોલ પંપ ની નળાકાર ટાંકી ની ક્ષમતા 38500 લીટર ની છે. જો તેનો વ્યાસ 3.5 મીટર હોય તો તેની ઊંચાઈ શોધો

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. Evaluate :
$$\begin{vmatrix} x+a & x+b & x+c \\ y+a & y+b & y+c \\ z+a & z+b & z+c \end{vmatrix}$$

૧. કિંમત શોધો :
$$\begin{vmatrix} x+a & x+b & x+c \\ y+a & y+b & y+c \\ z+a & z+b & z+c \end{vmatrix}$$

2. If $1+x+x^2=0$ and $x^3=1$ then prove that

$$\begin{bmatrix} 1 & x^2 \\ x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & x^2 \\ 1 & x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

૨. જો $1+x+x^2=0$ અને $x^3=1$ હોય તો સાબિત કરો કે

$$\begin{bmatrix} 1 & x^2 \\ x & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & x^2 \\ 1 & x^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

3. For what values of x , the matrix $\begin{bmatrix} 3-x & 2 & 2 \\ 1 & 4-x & 1 \\ -2 & -4 & -1-x \end{bmatrix}$ is singular?

- 3 x ની કઈ કિંમતો માટે શ્રેણિક $\begin{bmatrix} 3-x & 2 & 2 \\ 1 & 4-x & 1 \\ -2 & -4 & -1-x \end{bmatrix}$ સામાન્ય શ્રેણિક થશે?

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Evaluate :
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -5 & 6 \\ -3 & 7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -6 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

૧. કિંમત શોધો :
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -5 & 6 \\ -3 & 7 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -6 & 4 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

2. solve by matrix method : $2x+3y=6xy$ and $x-y=xy$

૨. શ્રેણિકની રીતે ઉકેલ શોધો : $2x+3y=6xy$ and $x-y=xy$

3. prove that every square matrix can be expressed as sum of symmetric matrix and skew symmetric matrix.

3. સાબિત કરો કે કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક ને સંમિત શ્રેણિક અને વિસંમિત શ્રેણિક ના સરવાળા તરીકે દર્શાવી શકાય છે.

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. prove that : $\cos \frac{\pi}{13} + \cos \frac{8\pi}{13} + \cos \frac{12\pi}{13} + \cos \frac{5\pi}{13} = 0$
 ૧. સાબિત કરો : $\cos \frac{\pi}{13} + \cos \frac{8\pi}{13} + \cos \frac{12\pi}{13} + \cos \frac{5\pi}{13} = 0$
 2. If $\sin \alpha = 0.5$ then find the values of $\sin 3\alpha$ and $\cos 3\alpha$
 ૨. જો $\sin \alpha = 0.5$ હોય તો $\sin 3\alpha$ અને $\cos 3\alpha$ ની કિંમતો શોધો
 3. If $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ and $\sin \theta > 0$ then find the value of $\sin \frac{\theta}{2}$ and $\cos \frac{\theta}{2}$
 ૩. જો $\tan \theta = -\frac{3}{4}$ અને $\sin \theta > 0$ હોય તો $\sin \frac{\theta}{2}$ અને $\cos \frac{\theta}{2}$ ની કિંમતો શોધો
- (b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. Without using logtable, find the value of $\cos 72^\circ$
૧. લઘુગુણક કોષ્ટક નો ઉપયોગ કર્યા વગર $\cos 72^\circ$ ની કિંમત શોધો
2. If $2\cos(x + \theta)\cos(x - \theta) = 1$ then prove that $\tan^2 x = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + 3\tan^2 \theta}$
૨. જો $2\cos(x + \theta)\cos(x - \theta) = 1$ હોય તો સાબિત કરો કે $\tan^2 x = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + 3\tan^2 \theta}$
3. Prove that : $\tan^{-1} \left[\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$
૩. સાબિત કરો : $\tan^{-1} \left[\frac{\cos x}{1 + \sin x} \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{x}{2}$

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $a = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$, $b = 4\vec{j} - 2\vec{i} - 3\vec{k}$ and $c = \vec{i} - \vec{k} + 2\vec{j}$ then find the direction cosines of $3a - 2b + 4c$
૧. જો $a = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$, $b = 4\vec{j} - 2\vec{i} - 3\vec{k}$ અને $c = \vec{i} - \vec{k} + 2\vec{j}$ હોય તો $3a - 2b + 4c$ ના દિશા કોસાઈનો શોધો.
2. Simplify : $(10\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot [(\vec{i} + 2\vec{k} - 2\vec{j}) \times (3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})]$
૨. સાદું રૂપ આપો : $(10\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) \cdot [(\vec{i} + 2\vec{k} - 2\vec{j}) \times (3\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k})]$
3. If $A = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$ and $B = \vec{j} + 2\vec{i} - \vec{k}$ then prove that $(A \times B)$ is perpendicular to A
૩. જો $A = \vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}$ અને $B = \vec{j} + 2\vec{i} - \vec{k}$ હોય તો સાબિત કરો કે $(A \times B)$ એ A ને લંબ છે.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

1. If $x = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ and $y = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, then show that x is perpendicular to y . Also find a vector which is perpendicular to both x and y .

૧. જો $x = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ અને $y = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, હોય તો દર્શાવો કે x એ y ને લંબ છે. વળી x અને y બંનેને લંબ હોય તેવો સદિશ શોધો.

2. The constant forces $3\vec{i} + \vec{k} + 2\vec{j}$ and $\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$ acting on a particle displace it from the point $\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ to the point $3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Find the total work done.

૨ અચળ બળો $3\vec{i} + \vec{k} + 2\vec{j}$ અને $\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$ કણ પર લાગતા તેનું બિંદુ $\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ થી બિંદુ $3\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે. તો આ દરમિયાન થયેલ કુલ કાર્ય શોધો.

3. Prove that the angle between the vectors $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ and $2\vec{i} + \vec{k} - 2\vec{j}$ is $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}\right)$

૩ સાબિત કરો કે સદિશો $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ અને $2\vec{i} + \vec{k} - 2\vec{j}$ વચ્ચેનો ખૂણો $\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{26}}{3\sqrt{3}}\right)$ છે.
