Seat No.: ________ Enrolment No.______________

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY

DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER-I EXAMINATION –Summer- 2019

Subject Code: 3300001 **Date: 06-06-2019**

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 02:30 PM to 05:00 PM **Total Marks: 70**

Instructions:

1. **Attempt ALL questions.**
2. **Make Suitable assumptions wherever necessary.**
3. **Figures to the right indicate full marks.**
4. **Use of SIMPLE CALCULATOR is permissible.** (Scientific/Higher Version not allowed)
5. **English version is authentic.**

Q.1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given options. **14**

1 The logarithmic form of $(-2)^3 = -8$ is______________

a. $\log_{-8} 3 = -2$ b. $\log_3(-8) = -2$ c. $\log_{-2}(-8) = 3$ d. does not exist

૧ $(-2)^3 = -8$ નું લઘુગણકીય સ્વરૂપ __________ .

અ. $\log_{-8} 3 = -2$ બ. $\log_3(-8) = -2$ ક. $\log_{-2}(-8) = 3$. ડ. અસ્તિત્વ નથી

2 $\log_2 16 - \log_2 8 =$ _________

a. 3 b. 2 c. 1 d. $\frac{4}{3}$

૨ $\log_2 16 - \log_2 8 =$ _________

અ 3 બ. 2 ક. 1 ડ. $\frac{4}{3}$

3 $\log_y x^3 \times \log_x y^2 =$ ________

a 3 b. 5 C 2 d. 6

૩ $\log_y x^3 \times \log_x y^2 =$ ________

અ. 3 બ. 5 ક. 2 ડ. 6

4 $\begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} =$ _______

a. $x^2 - y^2$ b. $x^2 + y^2$ c. $2x + 2y$ d. $(x-y)^2$

૪ $\begin{vmatrix} x & -y \\ y & x \end{vmatrix} =$ _______

અ. $x^2 - y^2$ બ. $x^2 + y^2$ ક. $2x + 2y$ ડ. $(x-y)^2$

5 $If\ \ A = [5 \quad 3],\quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}\quad then\ \ A + B =$ __________

a. $[7 \quad 7]$ b. $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ c. $[14]$ d. not possible

૫ જો $A = [5 \quad 3],\quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ તો $A + B =$ __________

અ. $[7 \quad 7]$ બ. $\begin{bmatrix} 7 \\ 7 \end{bmatrix}$ ક. $[14]$ ડ. શક્ય નથી

6 If AB = I then matrix B=_______________

a. adj A b. A^T c. A^{-1} d. unit matrix

૬ જો AB = I તો શ્રેણિક B=______________

અ. . adj A બ. A^T ક. A^{-1} ડ. એકમ શ્રેણિક

7 $If\ A = \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix} then\ A^{-1} =$ ____

a. A^T b. I c. O d. A

૭ $If\ A = \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta \\ -\cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$ તો $A^{-1} =$ ____

અ. A^T બ I ક. O ડ. A

8 $If\ \ \theta = \frac{7\pi}{4}\ then\ \theta\ lies\ in$ ____________ $quadrant.$

a. $first$ b. $second$ c. third d. fourth

૮ જો $\theta = \frac{7\pi}{4}$ તો θ ________ચરણમાં છે.

અ. પ્રથમ બ. દ્વિતીય ક. તૃતીય ડ. ચતુર્થ

9 $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) =$ _____________

a $\sin\theta$ b. $\cos\theta$ c. $-\cos\theta$ d. $-\sin\theta$

૯ $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) =$ _____________

અ. $\sin\theta$ બ. $\cos\theta$ ક. $-\cos\theta$ ડ. $-\sin\theta$

10 Principal period of the function $3\sin 2x$=______________

a. 2π b. $\frac{2\pi}{3}$ c. $\frac{\pi}{3}$ d. π

૧૦ વિધેય $3\sin 2x$ નું મુખ્ય આવર્તમાન =______________

અ. 2π બ. $\frac{2\pi}{3}$ ક. $\frac{\pi}{3}$ ડ. . π

11 $\tan^{-1}\sqrt{3} + \cot^{-1}\sqrt{3} =$ _____________

a. $\frac{\pi}{3}$ b. π c. $\frac{\pi}{2}$ d. $\frac{\pi}{6}$

૧૧ $\tan^{-1}\sqrt{3} + \cot^{-1}\sqrt{3} =$ _____________

અ. $\frac{\pi}{3}$ બ. π ક. $\frac{\pi}{2}$ ડ. $\frac{\pi}{6}$

12 If one side of an equilateral triangle is 6 cm then area of triangle =_________cm^2

a. $4\sqrt{3}$ b. $6\sqrt{3}$ c. $9\sqrt{3}$ d. $12\sqrt{3}$

૧૨ જો એક સમબાજુ ત્રિકોણની એક બાજુ 6 સે.મી. હોય તો તેનું ક્ષેત્રફળ= _________સે. મી^{2}

અ. $4\sqrt{3}$ બ. $6\sqrt{3}$ ક. $9\sqrt{3}$ ડ. $12\sqrt{3}$

13 Area of square made from 40 meter wire is_____________ $cm.^2$

a. 2500 b. 1600 c. 100 d. 400

૧૩ 40સેમી. લાંબા વાયર માંથી બનાવેલ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ_________સેમી^{2} છે .

અ. 2500 બ. 1600 ક. 100 ડ. 400

14 The volume of sphere having radius r is ____________cubic unit .

a. $\frac{3}{4}\pi r^2$ b. $\frac{4}{3}\pi r^2$ c. $\frac{4}{3}\pi r^3$ d. $\frac{3}{4}\pi r^3$

૧૪ r એકમ ત્રિજ્યા ધરાવતાં ગોળકનું ઘનફળ=_________ઘન એકમ થાય.

અ. $\frac{3}{4}\pi r^2$ બ. $\frac{4}{3}\pi r^2$ ક. $\frac{4}{3}\pi r^3$ ડ. $\frac{3}{4}\pi r^3$

Q.2 **(a)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. Prove that:
$$\log\frac{51}{80}+\log\frac{44}{85}-\log\frac{99}{160}-\log\frac{8}{15}=0$$

૧. સાબિત કરો:
$$\log\frac{51}{80}+\log\frac{44}{85}-\log\frac{99}{160}-\log\frac{8}{15}=0$$

2. Prove that :
$$\frac{1}{\log_{ab}(abc)}+\frac{1}{\log_{bc}(abc)}+\frac{1}{\log_{ca}(abc)}=2$$

૨. સાબિત કરો:
$$\frac{1}{\log_{ab}(abc)}+\frac{1}{\log_{bc}(abc)}+\frac{1}{\log_{ca}(abc)}=2$$

3. Radius of a cone is 4 meter and height is 12 meter then find the volume of cone.

૩ એક શંકુની ત્રિજ્યા 4 મીટર અને ઊંચાઇ 12 મીટર હોય તો શંકુનું ઘનફળ મેળવો.

4 Find curved surface area of a cylinder whose radius is 3.5 cm. and height is 21 cm.

૪ એક નળાકારની ઊંચાઇ 21 સેમી અને ત્રિજ્યા 3.5 સેમી હોય તો તે નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ મેળવો .

(b) Attempt any two .કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. $If\ \log\left(\frac{x+y}{2}\right)=\frac{1}{2}(\log x+\log y)\ then\ prove\ that\ x=y$

૧. જો $\log\left(\frac{x+y}{2}\right)=\frac{1}{2}(\log x+\log y)$, તો સાબિત કરો $x=y$

2. Solve the equation for x :
$\log(2x+1)+\log(3x-1)=0$

૨. x ની કીમત માટે સમીકરણ ઉકેલો :
$\log(2x+1)+\log(3x-1)=0$

3. A rectangular garden of length 50 meter and width 40 meter having a track of same width inside of its periphery . If area of this track is 800 sq. m., then find the width of track.

૩. 50 મીટર લંબાઈ અને 40 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા એક લંબચોરસ બગીચાની અંદરની બાજુએ ફરતે એક સરખી પહોળાઇ ધરાવતો રસ્તો છે,જેનું ક્ષેત્રફળ 800 ચોરસ મીટર છે.તો રસ્તાની પહોળાઇ મેળવો.

4. Length of a solid cube is 44 cm. How many small balls of radius 2 cm can be made by melting this cube .

૪. 44 સે.મી. લંબાઈ ધરાવતા સમઘન ને ઓગળાવીને 2 સેમી ત્રિજ્યાના ગોળક આકાર ની કેટલી લખોટીઓ બનાવી શકાય છે.

Q.3 **(a)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $If\ \begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=4\ ,then\ find\ the\ value\ of\ x$

૧. જો $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 1 \\ x & 1 & x+1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}=4$, તો x ની કિમત શોધો.

2. $If\ A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\ and\ B=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\ then\ prove\ that\ (A+B)^T=A^T+B^T$

૨. જો $A=\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ અને $B=\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ તો સાબિતકરો કે $(A+B)^T=A^T+B^T$

3 $If\ \ A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}\ \ and\ B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\ \ then\ find\ \ (A \cdot B)^T$

3. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ તો $(A \cdot B)^T$ મેળવો૦

4. If $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $then\ prove\ that\ \ A^{-1} = adj\,A.$

૪૦ જો $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ તો સાબિત કરો કે $A^{-1} = adj\,A.$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. $If\ \ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ $,then\ prove\ that\ \ A^2 - 5A - 2I\ \ \ and\ hence\ find\ A^{-1}$
From this result .

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, હોયતો સાબિત કરો કે $A^2 - 5A - 2I = O$ અને તે પરથી A^{-1} મેળવો.

2. $Solve\ by\ matrix\ method:\ \ 2y + 5x = 4\ \ and\ \ 7x + 3y - 5 = 0$

૨. શ્રેણિકની રીતે ઉકેલો: $2y + 5x = 4$ અને $7x + 3y - 5 = 0$

3. $Solve\ by\ matrix\ method:\ x + y + z = 0\ \ , 2x + y + z = 1\ and\ x + y + 2z = -1$

3. શ્રેણિકની રીતે ઉકેલો: $x + y + z = 0$, $2x + y + z = 1$ અને $x + y + 2z = -1$

4. $If\ A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 8 \end{bmatrix} and\ B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ $then\ find\ the\ matrix\ X\ from\ the\ equation\ 3(X + B) + 5A = O\ where\ O\ is\ null\ matrix\ of\ order\ 2 \times 3$

૪. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ હોય , તો સમીકરણ $3(X + B) + 5A =$ ૦ માંથી X મેળવો .જ્યારે ૦ , ૨ × ૩ કક્ષાનો શૂન્ય શ્રેણિક છે .

Q.4 **(a)** Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **06**

1. $Prove\ that: \dfrac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \dfrac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \dfrac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = 3$

૧. સાબિત કરો કે : $\dfrac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \dfrac{\tan(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\cot(\pi - \theta)} + \dfrac{\cos(2\pi + \theta)}{\sin(\frac{\pi}{2} + \theta)} = 3$

2. $Prove\ that: \dfrac{\tan^2 39° - \sin^2 67°}{\cot 51° + \cos 23°} = \cot 51° - \cos 23°$

૨. સાબિત કરો : $\dfrac{\tan^2 39° - \sin^2 67°}{\cot 51° + \cos 23°} = \cot 51° - \cos 23°$

3. $Prove\ that:\ \tan^{-1}\dfrac{5}{7} + \tan^{-1}\dfrac{1}{6} = \dfrac{\pi}{4}$

3. સાબિત કરો : $\tan^{-1}\frac{5}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{6} = \frac{\pi}{4}$

4. *For any* ΔABC ,prove that
$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

૪ કોઈ પણ ΔABC માટે, સાબિત કરો .
$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

Q.4 (b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. Prove that $\frac{\sin 4x+\sin 5x+\sin 6x}{\cos 4x+\cos 5x+\cos 6x} = \tan 5x$

૧. સાબિત કરો, $\frac{\sin 4x+\sin 5x+\sin 6x}{\cos 4x+\cos 5x+\cos 6x} = \tan 5x$

2. *Prove that* $\cos 70° \cos 50° \cos 10° = \frac{\sqrt{3}}{8}$

૨. સાબિત કરો $\cos 70° \cos 50° \cos 10° = \frac{\sqrt{3}}{8}$

3. *If* $\tan\theta = \frac{2}{3}$, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ *then prove that* $2\sin 2\theta + 3\cos 2\theta = 3$

3. જો $\tan\theta = \frac{2}{3}$, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ તો સાબિત કરો $2\sin 2\theta + 3\cos 2\theta = 3$

4. *Draw the graph of* $Y = \sin x$, *where* $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

૪. $Y = \sin x$ નો આલેખ દોરો, જ્યાં $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

Q.5 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો **06**

1. *If* $\bar{a} = 2i + j - k$, $\bar{b} = i - j + 2k$ and $\bar{c} = i - 2j + k$ then find direction cosines of $a + b - 2c$.

૧. જો $\bar{a} = 2i + j - k$, $\bar{b} = i - j + 2k$ અને $\bar{c} = i - 2j + k$ તો $a + b - 2c$. ના દિક્કોસાઈન મેળવો .

2. *For which value of p the vectors* $2\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} - 5\bar{k}$ *and* $p\bar{\imath} + \bar{\jmath} + 3\bar{k}$ are perpendicular to each other.

૨. p ના ક્યા મૂલ્યો માટે સદીશો $2\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} - 5\bar{k}$ અને $p\bar{\imath} + \bar{\jmath} + 3\bar{k}$ પરસ્પર લંબ સદિશો થશે.

3. *Find a unit vector perpendicular to both the vectors* $\bar{a}$ = i+ j +k and $\bar{b}$= 2i -2 j+k.

૩. સદીશો $\bar{a}$ =i+ j +k અને $\bar{b}$= 2i -2 j+k ને લંબ એકમ સદીશ મેળવો.

4. Simplify $(10\,\bar{\imath} + 2\bar{\jmath} + 3\bar{k}) \cdot [(\bar{\imath} - 2\bar{\jmath} + 2\bar{k}) \times (3\bar{\imath} - 2\bar{\jmath} - 2\bar{k})]$

૪. સાદુ રૂપ આપો : $(10\,\bar{\imath} + 2\bar{\jmath} + 3\bar{k}) \cdot [(\bar{\imath} - 2\bar{\jmath} + 2\bar{k}) \times (3\bar{\imath} - 2\bar{\jmath} - 2\bar{k})]$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. **08**

1. *If* $\bar{x} = (-4,9,6)$, $\bar{y} = (0,7,10)$, $\bar{z} = (-1,6,6)$ *then prove that* $(\bar{x} - \bar{z}) \cdot (\bar{y} - \bar{z}) = 0$

૧. જો , $\bar{x} = (-4,9,6)$, $\bar{y} = (0,7,10)$, $\bar{z} = (-1,6,6)$ હોય તો સાબિત કરો $(\bar{x} - \bar{z}) \cdot (\bar{y} - \bar{z}) = 0$

2. Find *Angle between the vectors* $\bar{a} = i + 2j$ *and* $\bar{b} = i + j + 3k$

૨. સદિશો $\bar{a} = i + 2j$ અને $\bar{b} = i + j + 3k$ વચ્ચેનો ખૂણો મેળવો.

3. *By the action of forces* $3\bar{\imath} - \bar{\jmath} + 2\bar{k}$ *and* $\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} - \bar{k}$ *a partical moves from the point* (2,3,1) *to* (5,2,3) *find the total work done by the forces* .

3. બળો $3\bar{\imath} - \bar{\jmath} + 2\bar{k}$ અને $\bar{\imath} + 3\bar{\jmath} - \bar{k}$ એક કણ ઉપર કાર્ય કરે છે. પરિણામે તે કણનું બિંદુ (2,3,1) થી બિંદુ (5,2,3) સુધી સ્થાનાંતર થાય છે . તો બળોથી થયેલ કાર્ય શોધો.

4. $The\ two\ acting\ forces\ \ 2\bar{\imath} + \bar{\jmath} - 3\bar{k}\ \ and\ 2\bar{\imath} - \bar{2}\jmath + \bar{k}\ are\ passing$
$through\ the\ point\ (-1, 3, -2) then\ find\ the\ moment\ of\ force\ \ about\ the$
$point$ (4,0,1)

૪. એક કણ પર બે બળો $2\bar{\imath} + \bar{\jmath} - 3\bar{k}$ અને $2\bar{\imath} - \bar{2}\jmath + \bar{k}$ ની કાર્યરેખાઓ બિંદુ $(-1, 3, -2)$ માંથી પસાર થાય છે . તો તેના પરિણામી બળની બિંદુ (4,0,1) ની આસપાસ ની ચાકમાત્રા શોધો.

****