

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER- 1(new) EXAMINATION –Winter- 2019

Subject Code: 3300001

Date: 01-01-2020

Subject Name: Basic Mathematics

Time: 2:30 AM TO 05:00 PM

Total Marks: 70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of only simple calculator is permitted in Mathematics.
6. English version is authentic.

Q.1

Fill in the blanks using appropriate choice from the given options.

14

- 1 $\log_{\sqrt{5}}(\sqrt[3]{25}) = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. $\frac{3}{4}$ b. $\frac{4}{3}$ c. 3 d. 4
- ૧ $\log_{\sqrt{5}}(\sqrt[3]{25}) = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. $\frac{3}{4}$ બ. $\frac{4}{3}$ ક. 3 ડ. 4
- 2 $\frac{1}{\log_{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. α b. 1 c. $-\alpha$ d. 2α
- ૨ $\frac{1}{\log_{\alpha}\left(\frac{1}{\alpha}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. α બ. 1 ક. $-\alpha$ ડ. 2α
- 3 $\log_{10} 500 - 2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. 3 b. $\log_5 10$ c. $\log_{10} 5$ d. -3
- ૩ $\log_{10} 500 - 2 = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. 3 બ. $\log_5 10$ ક. $\log_{10} 5$ ડ. -3
- 4 If $\begin{vmatrix} a & 1 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ then $a = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. 9 b. 18 c. -18 d. -9
- ૪ જો $\begin{vmatrix} a & 1 & -2 \\ 4 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ હોય તો $a = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. 9 બ. 18 ક. -18 ડ. -9
- 5 If $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & x \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & y & 4 \end{bmatrix}$ and $2A = 3B$ then $y = \underline{\hspace{2cm}}$
 a. 5 b. -5 c. 7.5 d. $\frac{10}{3}$
- ૫ જો $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & x \\ -3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ અને $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -2 & y & 4 \end{bmatrix}$ અને $2A = 3B$ હોય તો $y = \underline{\hspace{2cm}}$
 અ. 5 બ. -5 ક. 7.5 ડ. $\frac{10}{3}$
- 6 If A is any square matrix then $A - A^T$ is _____ matrix
 a. diagonal b. column c. symmetric d. skew symmetric
- ૬ જો A કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિક હોય તો $A - A^T$ _____ શ્રેણિક છે.
 અ. વિકર્ણી બ. સ્તંભ ક. સંમિત ડ. વિસંમિત

- 7 If $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 7 \\ -2 & -5 & 9 \end{bmatrix}$ then $A(adjA) = \underline{\hspace{2cm}}$ (where I is 3×3 unit matrix)
- a. $251I$ b. $-251I$ c. $283I$ d. $-283I$
- 9 જો $A = \begin{bmatrix} -3 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 7 \\ -2 & -5 & 9 \end{bmatrix}$ હોય તો $A(adjA) = \underline{\hspace{2cm}}$ (જ્યાં I એ 3×3 એકમ શ્રેણિક છે.)
- અ. $251I$ બ. $-251I$ ક. $283I$ ડ. $-283I$
- 8 $\frac{6\pi}{5} = \underline{\hspace{1cm}}$ degree
- a. 36 b. 72 c. 144 d. 216
- 6 $\frac{6\pi}{5} = \underline{\hspace{1cm}}$ અંશ
- અ. 36 બ. 72 ક. 144 ડ. 216
- 9 The principal period of $4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ is _____
- a. π b. 2π c. 0 d. $\frac{\pi}{2}$
- 6 $4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$ નું મુખ્ય આવર્તમાન = _____
- અ. π બ. 2π ક. 0 ડ. $\frac{\pi}{2}$
- 10 If $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ and $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ then θ lies in _____ quadrant.
- a. first b. second c. third d. fourth
- 10 જો $\tan\theta = -\frac{1}{2}$ અને $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ હોય તો θ _____ ચરણમાં છે
- અ. પ્રથમ બ. દ્વિતીય ક. તૃતીય ડ. ચતુર્થ
- 11 $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \underline{\hspace{1cm}}$
- a. $2\sin^{-1}x$ b. $2\cos^{-1}x$ c. $2\tan^{-1}x$ d. none of these
- 11 $\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = \underline{\hspace{1cm}}$
- અ. $2\sin^{-1}x$ બ. $2\cos^{-1}x$ ક. $2\tan^{-1}x$ ડ. આમાંથી એકપણ નહિ
- 12 If the diameter of a circle is 28 cm, then area of circle is _____ sq.cm.
- a. 14 b. 28 c. 616 d. 49
- 12 જો વર્તુળનો વ્યાસ 28 cm હોય તો તે વર્તુળનું ક્ષેત્રફળ _____ ચો.સેમી. છે.
- અ. 14 બ. 28 ક. 616 ડ. 49
- 13 The volume of cylinder whose radius and height are r and h resp. is _____
- a. r^2h b. πr^2h c. $2\pi r^2h$ d. $2\pi rh$
- 13 r ત્રિજ્યા અને h ઊંચાઇવાળા નળાકારનું ઘનફળ _____ થાય.
- અ. r^2h બ. πr^2h ક. $2\pi r^2h$ ડ. $2\pi rh$
- 14 The surface area of a sphere whose diameter 28 cm is _____
- a. 96π b. 196π c. 2464 d. 392π
- 14 28 cm વ્યાસ વાળા ગોલકનું પૃષ્ઠફળ _____ છે.
- અ. 96π બ. 196π ક. 2464 ડ. 392π

Q.2 (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો.

06

- 1 Prove that : $7\log\left(\frac{16}{15}\right) + 5\log\left(\frac{25}{24}\right) - 3\log\left(\frac{80}{81}\right) = \log 2$
1. સાબિત કરો : $7\log\left(\frac{16}{15}\right) + 5\log\left(\frac{25}{24}\right) - 3\log\left(\frac{80}{81}\right) = \log 2$
2. Solve : $\frac{\log x}{\log 4} = \frac{\log 64}{\log 256}$
2. ઉકેલ શોધો : $\frac{\log x}{\log 4} = \frac{\log 64}{\log 256}$

3. Find the area of a trapezoid with bases of 10 cms. and 14 cms. and height of 5 cms.
3. 5 સેમી. ઊંચાઈવાળા અને 10 cms. તથા 14 cms પાયાની લંબાઈવાળા સમલંબ ચતુષ્કોણ નું ક્ષેત્રફળ શોધો.
4. A hemispherical tank has the diameter 4.2 meter, then find the capacity of the tank in liter.
૪. એક અર્ધગોળાકાર ટાંકીનો અંદરનો વ્યાસ 4.2 meter છે. તો ટાંકીની ક્ષમતા લીટર માં શોધો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 08

1. If $a^x = b^y = c^z$ then prove that $\log_a(bc) = x\left(y^{-1} + \frac{1}{z}\right)$ where $x, y, z \neq 0$
૧. જો $a^x = b^y = c^z$ હોય તો સાબિત કરો કે $\log_a(bc) = x\left(y^{-1} + \frac{1}{z}\right)$ જ્યાં $x, y, z \neq 0$
2. Solve : $x^{\log_4 x} = 16x$
૨. ઉકેલ શોધો : $x^{\log_4 x} = 16x$
3. The total surface area of a cylinder is 1386 cm^2 . If the curved surface area of this cylinder is 9^{th} part of its total surface area then find radius and height of the cylinder
3. એક ઘન નળાકાર નું કુલ પૃષ્ઠફળ 1386 cm^2 છે. તેની વક્ર સપાટી નું ક્ષેત્રફળ તેના કુલ પૃષ્ઠફળના એક નવમાંશ જેટલું હોય તો તે નળાકાર ની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ શોધો.
4. The diameter of a circle is 1 meter. If the angle between two radii is 36° , then find the length of the arc cut off by them. ($\pi = 3.142$)
૪. એક વર્તુળનો વ્યાસ 1 મીટર છે. જો બે ત્રિજ્યાઓ વચ્ચેનો ખૂણો 36° હોય તો તેમના દ્વારા કપાયેલ ચાપની લંબાઈ શોધો. ($\pi = 3.142$)

Q.3 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો. 06

1. For what values of α , the matrix $A = \begin{bmatrix} 3-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 4-\alpha & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 6-\alpha \end{bmatrix}$ is singular?
૧. α ની કઈ કિંમતો માટે શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3-\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 4-\alpha & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 6-\alpha \end{bmatrix}$ અસામાન્ય શ્રેણિક થશે ?
2. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ then verify $(AB)C = A(BC)$.
૨. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ અને $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો $(AB)C = A(BC)$ ચકાસો.
3. If $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ then show that $I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$
૩. જો $A = \begin{bmatrix} 0 & -\tan \frac{\alpha}{2} \\ \tan \frac{\alpha}{2} & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો કે $I + A = (I - A) \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$
4. If $3A - 2B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ and $B - 4A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$ then find A and B
૪. જો $3A - 2B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$ અને $B - 4A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો A અને B શોધો.

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ then prove that $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = 0$.

Where I is unit matrix of order 3.

૧. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ હોય તો સાબિત કરો કે $A^3 - 4A^2 - 3A + 11I = 0$.
જ્યાં I એ ૩ કક્ષાનો એકમ શ્રેણિક છે.

2. Prove that any square matrix can be expressed as sum of symmetric and skew symmetric matrices

૨. સાબિત કરો કે કોઈપણ ચોરસ શ્રેણિકને સંમિત અને વિસંમિત શ્રેણિકોના સરવાળા તરીકે દર્શાવી શકાય

3. Find the matrix X such that $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -16 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$

૩. એવો શ્રેણિક X શોધો કે જેથી $\begin{bmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} -16 & -6 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$ થાય

4. solve by matrix method : $2x + 3y = 1$ and $y - 4x = 2$

૪. શ્રેણિકની મદદથી ઉકેલ શોધો : $2x + 3y = 1$ and $y - 4x = 2$

Q.4 (a) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

06

1. If $\sin(2A + B) = 5\sin B$ then show that $\tan(A + B) = \frac{3}{2}\tan A$.

૧. જો $\sin(2A + B) = 5\sin B$ હોય તો દર્શાવો કે $\tan(A + B) = \frac{3}{2}\tan A$.

2. If $x = \tan\theta + \sin\theta$ and $y = \tan\theta - \sin\theta$ then Prove that $x^2 - y^2 = 4\sqrt{xy}$

૨. જો $x = \tan\theta + \sin\theta$ અને $y = \tan\theta - \sin\theta$ હોય તો સાબિત કરો કે $x^2 - y^2 = 4\sqrt{xy}$

3. Prove that $\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} - \frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta} = \frac{4\tan\theta}{\tan^2\theta - 1}$

૩. સાબિત કરો $\frac{\cos\theta - \sin\theta}{\cos\theta + \sin\theta} - \frac{\cos\theta + \sin\theta}{\cos\theta - \sin\theta} = \frac{4\tan\theta}{\tan^2\theta - 1}$

4. Find the adjoint of matrix $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

૪. Find the adjoint of matrix $\begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

(b) Attempt any two કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.

08

1. If $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $0 < A, B < \frac{\pi}{2}$ then Prove that $A + B = \frac{\pi}{4}$

૧. જો $\sin A = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin B = \frac{1}{\sqrt{10}}$, $0 < A, B < \frac{\pi}{2}$ હોય તો સાબિત કરો $A + B = \frac{\pi}{4}$

2. Prove that : $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 160^\circ = 0$

૨. સાબિત કરો : $\cos 40^\circ + \cos 80^\circ + \cos 160^\circ = 0$

3. Prove that : $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 + \sin x}\right) = \frac{1}{4}(\pi - 2x)$

૩. સાબિત કરો : $\tan^{-1}\left(\frac{\cos x}{1 + \sin x}\right) = \frac{1}{4}(\pi - 2x)$

4. If $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ and I is a identity matrix of order 3 then evaluate $A^2 + 9I$

૪. જો $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ અને I એ 3×3 કક્ષા નો એકમ શ્રેણિક હોય તો $A^2 + 9I$ શોધો

Q.5

- (a) Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 06
1. If $x = 2\vec{j} - 3\vec{i} + 7\vec{k}$, $y = -4\vec{i} - \vec{k} + 5\vec{j}$ and $z = -3\vec{k} + \vec{j} - 2\vec{i}$ then find the direction cosines of of resultant force. x, y, z are force.
 ૧. જો $x = 2\vec{j} - 3\vec{i} + 7\vec{k}$, $y = -4\vec{i} - \vec{k} + 5\vec{j}$ અને $z = -3\vec{k} + \vec{j} - 2\vec{i}$ હોય તો પરિણામી બળ ના દિઠક કોસાઈનો શોધો.
 2. If $\vec{a} = x\vec{j} + 2x\vec{i} - 4\vec{k}$ and $\vec{b} = x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ are perpendicular to each other then find the values of x
 ૨. જો $\vec{a} = x\vec{j} + 2x\vec{i} - 4\vec{k}$ અને $\vec{b} = x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ પરસ્પર લંબ હોય તો x ની કિમતો શોધો.
 3. Simplify : $(3\vec{k} - \vec{j}) \cdot [(5\vec{i} - \vec{k}) \times (4\vec{i} - 7\vec{j})]$
 ૩. સારું રૂપ આપો. : $(3\vec{k} - \vec{j}) \cdot [(5\vec{i} - \vec{k}) \times (4\vec{i} - 7\vec{j})]$
 4. Find the angle between the vectors $x = \vec{j} - 2\vec{i} + \vec{k}$, $y = 4\vec{k} - 7\vec{j}$
 ૪. સદીશો $x = \vec{j} - 2\vec{i} + \vec{k}$, $y = 4\vec{k} - 7\vec{j}$ વચ્ચેની ખૂણો શોધો

Attempt any two કોઇપણ બે ના જવાબ આપો. 08

(b)

1. Given $A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $B = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $C = 10\vec{i} + 3\vec{j}$ then find scalar t such that $A + tB$ is perpendicular to C
૧. $A = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $B = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$, $C = 10\vec{i} + 3\vec{j}$ છે તો એવો આદિશ t શોધો કે જેથી $A + tB$ એ C ને લંબ થાય
2. The constant forces $9\vec{i} + 5\vec{k}$, $-\vec{i} - 3\vec{k}$ and $2\vec{j} - 5\vec{i}$ acting on a particle displace it from the point $5\vec{k} - 4\vec{j}$ to the point $7\vec{k} - 2\vec{i}$, then find the total work done.
૨. અચળ બળો $9\vec{i} + 5\vec{k}$, $-\vec{i} - 3\vec{k}$ અને $2\vec{j} - 5\vec{i}$ કણ પર લાગતાં તેનું બિંદુ $5\vec{k} - 4\vec{j}$ થી બિંદુ $7\vec{k} - 2\vec{i}$ સુધી સ્થાનાંતર થાય છે. તો આ દરમ્યાન થયેલ કુલ કાર્ય શોધો.
3. If $x = -8\vec{j} + 3\vec{i}$ and $y = 5\vec{j} - 4\vec{k}$ then find $|(x - y) \times (x + y)|$
૩. જો $x = -8\vec{j} + 3\vec{i}$ અને $y = 5\vec{j} - 4\vec{k}$ હોય તો $|(x - y) \times (x + y)|$ શોધો.
4. A force $F = \vec{i} - \vec{k}$ passes through the the point A whose position vector is $2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$. Find the moment of force about the point B whose position vector $3\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$
૪. એક બળ $F = \vec{i} - \vec{k}$ બિંદુ A માંથી પસાર થાય છે જેનો સ્થાન સદિશ $2\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}$ છે. તો બિંદુ B જેનો સ્થાન સદિશ $3\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ છે પ્રત્યે યાકમાત્રા શોધો.
