

Seat No.: _____

Enrolment No. _____

GUJARAT TECHNOLOGICAL UNIVERSITY
DIPLOMA ENGINEERING – SEMESTER –1 • EXAMINATION – WINTER - 2021

Subject Code: 4300001

Date :19-03-2022

Subject Name: Mathematics

Time: 10:30 AM TO 1:30 PM

Total Marks:70

Instructions:

1. Attempt all questions.
2. Make Suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. Use of programmable & Communication aids are strictly prohibited.
5. Use of non-programmable scientific calculator is permitted.
6. English version is authentic.

Q .1 Fill in the blanks using appropriate choice from the given option.

14

(યોગ્ય વિકલ્પ પસંદ કરી ખાલીજગ્યા પૂરો.)

1 $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- a. -20 b. 20 c. 4 d. - 4

૧ $\begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- અ. -20 બ. 20 ક. 4 ડ. - 4

2 If $\begin{vmatrix} x-1 & 6 \\ 2 & x+1 \end{vmatrix} = 12$ then x = _____.

- a. ± 3 b. 0 c. ± 5 d. ± 1

૨ જો $\begin{vmatrix} x-1 & 6 \\ 2 & x+1 \end{vmatrix} = 12$ હોય તો, x = _____

- અ. ± 3 બ. 0 ક. ± 5 ડ. ± 1

3 If $f(x) = \log_e e^x$ then $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$.

- a. 0 b. 1 c. -1 d. ∞

૩ $f(x) = \log_e e^x$ હોય તો $f(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ થાય .

અ. 0 બ. 1 ક. -1 ડ. ∞

4 If $y^a = x^b$ then $\frac{\log x}{\log y} =$ _____.

a. $\frac{b}{a}$ b. $\frac{a}{b}$ c. $\frac{\log a}{\log b}$ d. $\frac{\log b}{\log a}$

૪ જો $y^a = x^b$ હોય તો, $\frac{\log x}{\log y} =$ _____.

અ. $\frac{b}{a}$ બ. $\frac{a}{b}$ ક. $\frac{b}{a}$ ડ. $\frac{\log b}{\log a}$

5 $\frac{5\pi}{6}$ radian = _____ degree

a. 150 b. 250 c. 196 d. 180

૫ $\frac{5\pi}{6}$ રેડિઅન = _____ ડિગ્રી.

અ. 150 બ. 250 ક. 196 ડ. 180

6 If $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{3}$ then $\sin 2\theta =$ _____.

a. 4 b. 1 c. 3 d. 2

૬ $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{3}$ હોય તો $\sin 2\theta =$ _____ થાય.

અ. 4 બ. 1 ક. 3 ડ. 2

7 $\sin\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{2} \cdot \sin\pi =$ _____

a. 1 b. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

૭ $\sin\frac{\pi}{6} \cdot \sin\frac{\pi}{3} + \sin\frac{\pi}{2} \cdot \sin\pi =$ _____

અ. 1 બ. $\frac{1}{2}$ ક. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ડ. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

8 If $\bar{a} = 3i - j$ and $\bar{b} = i + 3j$ then $(\bar{a} + 2\bar{b}) =$ _____

a. (5,5) b. (5,-7) c. (-5,5) d. (7,-5)

૮ જો $\bar{a} = 3i - j$ અને $\bar{b} = i + 3j$ હોય તો સદિશ $(\bar{a} + 2\bar{b}) =$ _____ થાય.

અ. (5,5) બ. (5,-7) ક. (-5,5) ડ. (7,-5)

- 9 If $\vec{a} = 2i - 2j + k$ and $\vec{b} = i + 3j + 4k$, then $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____ .
 a. -1 b. 0 c. 1 d. -2
- ૯ જો $\vec{a} = 2i - 2j + k$ અને $\vec{b} = i + 3j + 4k$, હોય તો $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____ .
 અ. -1 બ. 0 ક. 1 ડ. -2
- 10 Radius of the circle $x^2 + y^2 = 50$ _____ .
 a. $5\sqrt{2}$ b. $2\sqrt{5}$ c. 5 d. 10
- ૧૦ વર્તુળ $x^2 + y^2 = 50$ ની ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય = _____
 અ. $5\sqrt{2}$ બ. $2\sqrt{5}$ ક. 5 ડ. 10
- 11 x-intercept of the line $4y - 2x + 1 = 0$ is _____ .
 a. $-\frac{1}{2}$ b. $\frac{1}{2}$ c. 2 d. -2
- ૧૧ રેખા $4y - 2x + 1 = 0$ નો X- અંતઃખંડ = _____ .
 અ. $-\frac{1}{2}$ બ. $\frac{1}{2}$ ક. 2 ડ. -2
- 12 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{2n+3} \right) =$ _____ .
 a. 1 b. 0 c. $\frac{2}{3}$ D $\frac{3}{2}$
- ૧૨ $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{2n+3} \right) =$ _____ .
 અ. 1 બ. 2 ક. $\frac{2}{3}$ ડ. $\frac{3}{2}$
- 13 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 9\theta}{2\theta} =$ _____ .
 a. $\frac{9}{2}$ b. $\frac{2}{9}$ c. $\frac{1}{9}$ d. $\frac{1}{2}$
- ૧૩ $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 9\theta}{2\theta} =$ _____ .
 અ. $\frac{9}{2}$ બ. $\frac{2}{9}$ ક. $\frac{1}{9}$ ડ. $\frac{1}{2}$

14 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- a. 80 b. 160 c. 40 d. 0

૧૪ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^5 - 32}{x - 2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- અ. 80 બ. 160 ક. 40 ડ. 0

Q.2 (A) Attempt any two . (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો).

06

1. If $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$, find x.

૧. જો $\begin{vmatrix} x-2 & 2 & 2 \\ -1 & x & -2 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 0$, હોય તો x નું મૂલ્ય શોધો

2. Prove that : $\log[x + \sqrt{x^2 - 1}] + \log[x - \sqrt{x^2 - 1}] = 0$

૨. સાબિત કરો કે : $\log[x + \sqrt{x^2 - 1}] + \log[x - \sqrt{x^2 - 1}] = 0$

3. Prove it : $(1 + \tan 25^\circ)(1 + \tan 20^\circ) = 2$

૩. સાબિત કરો કે : $(1 + \tan 25^\circ)(1 + \tan 20^\circ) = 2$

(B) Attempt any two, (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. If $\log\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ then prove that $x^2 = y^2$.

૧. જો $\log\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ હોય તો, સાબિત કરો કે, $x^2 = y^2$.

2. Prove that : $\frac{2}{\log_x yz + 1} + \frac{2}{\log_y zx + 1} + \frac{2}{\log_z xy + 1} = 2$

૨. સાબિત કરો કે $\therefore \frac{2}{\log_x yz + 1} + \frac{2}{\log_y zx + 1} + \frac{2}{\log_z xy + 1} = 2$

3. If $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ then prove that : $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right) = f(x).f(y)$

૩ જો $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ હોય તો, સાબિત કરો કે $f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right) = f(x).f(y)$

Q.3 (A) Attempt any two, (કોઈ પણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. Prove that : $\frac{\sin 75^\circ - \cos 75^\circ}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
૧. સાબિત કરો કે: $\frac{\sin 75^\circ - \cos 75^\circ}{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$
2. Show that : $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta} = \tan 3\theta$.
૨. દર્શાવો કે $\frac{\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta}{\cos \theta + \cos 2\theta + \sin 4\theta + \sin 5\theta} = \tan 3\theta$.
3. If radius of the circle $4x^2 + 4y^2 - 16x + 24y + a = 0$ is 4 unit then find the value of 'a' .
૩. વર્તુળ $4x^2 + 4y^2 - 16x + 24y + a = 0$ ની ત્રિજ્યાનું મૂલ્ય 4 હોય તો 'a' નું મૂલ્ય શોધો.

(B) Attempt any two . (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. $\frac{\sin(-\theta) \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sin(\pi + \theta) \sec\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{\sin(2\pi - \theta) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) \operatorname{cosec}(\pi - \theta) \cdot \cot(2\pi - \theta)} = 1$ prove that.
૧. $\frac{\sin(-\theta) \tan\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) \cdot \sin(\pi + \theta) \sec\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right)}{\sin(2\pi - \theta) \cdot \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) \operatorname{cosec}(\pi - \theta) \cdot \cot(2\pi - \theta)} = 1$ સાબિત કરો.
2. Draw the graph of $y = 2\cos x$. $(0 \leq x \leq \pi)$
૨. $y = 2\cos x$ નો આલેખ રચો. $(0 \leq x \leq \pi)$
3. Show that the angle between the vectors $i+j-k$ and $2i-2j+k$ is $\sin^{-1} \sqrt{\frac{26}{27}}$.
૩. સાબિત કરો કે સદિશો $i+j-k$ અને $2i-2j+k$ વચ્ચે રચાતો ખૂણો $\sin^{-1} \sqrt{\frac{26}{27}}$ છે.

Q.4 (A) Attempt any two : (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. If $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ and $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ then find unit vector of $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$.
૧. જો સદિશો $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$, $\vec{b} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ અને $\vec{c} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}$ હોય તો સદિશ $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$ નો એકમ સદિશ મેળવો.

2. If the vectors $(m+1)\mathbf{i}-2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$ and $4\mathbf{i} +m\mathbf{j} -3\mathbf{k}$ are perpendicular then find m.
૨. જો સદિશો $(m+1)\mathbf{i}-2\mathbf{j}+4\mathbf{k}$ અને $4\mathbf{i} +m\mathbf{j} -3\mathbf{k}$ પરસ્પર લંબ હોય તો m નું મૂલ્ય મેળવો.
3. Find the equation of a line having point (2,4) and perpendicular with the line $5x -7y + 11 = 0$, also find its slope.
૩. બિંદુ (2,4) ધરાવતી તથા રેખા $5x -7y + 11 = 0$ ને લંબ રેખા નું સમીકરણ શોધી તેનો ઢાળ શોધો.

(B) Attempt any two : (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

- 1 A particle moves from the point $3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}$ to the point $\mathbf{i}+3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$ under the effect of constant forces $\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{i}+\mathbf{j}-3\mathbf{k}$ and $4\mathbf{i}+5\mathbf{j}-6\mathbf{k}$ then find the total work done.
- ૧ એક પદાર્થ નું સ્થાનાંતર બિંદુ $3\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}$ થી બિંદુ $\mathbf{i}+3\mathbf{j}-4\mathbf{k}$ સુધી થાય ત્યારે લાગુ પડતા બળો $\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k}$, $\mathbf{i}+\mathbf{j}-3\mathbf{k}$ તથા $4\mathbf{i}+5\mathbf{j}-6\mathbf{k}$ છે તો થયેલ કુલ કાર્ય શોધો

2 $\vec{x} = (1,1,1)$, $\vec{y} = (2,-1,-1)$ and $\vec{z} = (2,-2,1)$ then find $(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot (\vec{x} \times \vec{z})$

૨ $\vec{x} = (1,1,1)$, $\vec{y} = (2,-1,-1)$ અને $\vec{z} = (2,-2,1)$ હોય તો, $(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot (\vec{x} \times \vec{z})$ શોધો.

3. Evaluate it : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

૩. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - x^2 - 5x + 6}{x^2 - 5x + 6}$

5 (A) Attempt any two : (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

06

1. Evaluate it : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{15^x - 5^x - 3^x + 1}{x^2}$

૧. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{15^x - 5^x - 3^x + 1}{x^2}$

2. Evaluate it : $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x^2 + x + 1} - x]$

૨. મેળવો : $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x^2 + x + 1} - x]$

3. Evaluate it : $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\theta}{\theta^2}$

૩ મેળવો : $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\theta}{\theta^2}$

(B) Attempt any two: (કોઈપણ બે ના જવાબ આપો.)

08

1. Find the equation of a circle having center (3,-1) and passing through the point (-1,2).
૧. (3,-1) કેન્દ્ર ધરાવતા અને (-1,2) બિંદુ માંથી પસાર થતા વર્તુળનું સમીકરણ શોધો
2. Find the equation of normal and tangent for the circle $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 3 = 0$ at the point (-2,2).
૨. વર્તુળ $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 3 = 0$, ના બિંદુ (-2,2) પાસે ના સ્પર્શક અને અભીલંબ ના સમીકરણો મેળવો.
3. Find the equation of line passing through the intersection of the lines , $x + y = 1$ and $3x + 4y = 5$ and parallel with the line $5x + y = 1$.
૩. રેખાઓ , $x + y = 1$ અને $3x + 4y = 5$ ના છેદબિંદુ માંથી પસાર થતી અને રેખા $5x + y = 1$ ને સમાંતર હોય તેવી રેખાનું સમીકરણ શોધો.
